

DD-2709

B. A./B. Sc./B. Sc. B. Ed. (Part II)
EXAMINATION, 2020

MATHEMATICS

Paper Second

(Differential Equations)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक इकाई से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Attempt any *two* parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) निम्नलिखित अवकल समीकरण को घात श्रेणी विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = 0$$

Solve the following differential equation by power series method :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = 0$$

(ब) सिद्ध कीजिए कि :

$$2 J'_n(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$$

Prove that :

$$2 J'_n(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$$

(स) सिद्ध कीजिए कि :

$$P'_{n+1}(x) - P'_{n-1}(x) = (2n+1) P_n(x)$$

Prove that :

$$P'_{n+1}(x) - P'_{n-1}(x) = (2n+1) P_n(x)$$

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) मान ज्ञात कीजिए :

$$L \{t^3 \cos t\}$$

Evaluate :

$$L \{t^3 \cos t\}$$

(ब) हैविसाइड प्रसार सूत्र का प्रयोग करके ज्ञात कीजिए :

$$L^{-1} \left\{ \frac{s^2 - 6}{s^3 + 4s^2 + 3s} \right\}$$

Using Heaviside's expansion formula to find :

$$L^{-1} \left\{ \frac{s^2 - 6}{s^3 + 4s^2 + 3s} \right\}$$

(स) हल कीजिए :

$$(D^2 - 2D + 2)y = 0$$

$$y = Dy = 1$$

जब $t = 0$ ।

Solve :

$$(D^2 - 2D + 2)y = 0$$

$$y = Dy = 1$$

when $t = 0$.

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) हल कीजिए :

$$x^2 p + y^2 q = hxy$$

Solve :

$$x^2 p + y^2 q = hxy$$

(ब) चारपिट विधि से हल कीजिए :

$$px + qy = pq$$

Solve by Charpit's method :

$$px + qy = pq$$

(स) पूर्ण, विचित्र एवं व्यापक हल ज्ञात कीजिए :

$$q - p + x - y = 0$$

Find the complete, singular and general solution of :

$$q - p + x - y = 0$$

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) समीकरण $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ का वर्गीकरण कीजिए और विहित रूप में रूपांतरित कीजिए।

Classify and reduce the equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ to canonical form.

(ब) हल कीजिए :

$$(D^2 - 2DD' + D'^2)z = 12xy$$

Solve :

$$(D^2 - 2DD' + D'^2)z = 12xy$$

(स) मोन्जे विधि से हल कीजिए :

$$pt - qs = q^3$$

Solve by Monge's method :

$$pt - qs = q^3$$

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) दो बिन्दुओं (x_1, y_1) और (x_2, y_2) को मिलाने वाले लघुतम वक्र को ज्ञात कीजिए।

Find the shortest curve joining two points (x_1, y_1) and (x_2, y_2) .

(ब) फलनक :

$$I[y] = \int_0^2 (e^{y'} + 3) dx$$

$$y(0) = 0$$

$$y(2) = 1$$

के चरम मान के लिए परीक्षण कीजिए।

Test the extremum of the functional :

$$I[y] = \int_0^2 (e^{y'} + 3) dx$$

$$y(0) = 0$$

$$y(2) = 1$$

(स) निम्नलिखित पर संक्षिप्त टिप्पणियाँ लिखिए :

Write short notes on the following :

(i) अनुप्रस्थता प्रतिबन्ध

Transversality condition

(ii) लाम्बिकता प्रतिबन्ध

Orthogonality condition